

شبیه‌سازی رفتار قطره غیرنیوتنی تحت اثر میدان الکتریکی

سید پدram پورنادری

استادیار، دانشگاه یاسوج
sp.pournaderi@yu.ac.ir

لیلا دل‌بازنسب

کارشناس ارشد، دانشگاه یاسوج
delbaznasableila@yahoo.com

محمدعلی بذرافکن

کارشناس ارشد، دانشگاه یاسوج
mohammadali_b71@yahoo.com

چکیده

در این پژوهش به شبیه‌سازی عددی تغییر شکل قطره‌ی نیمه رسانای غیرنیوتنی تحت اثر میدان الکتریکی یکنواخت پرداخته می‌شود. از مدل قانون توانی برای توصیف رفتار سیال غیرنیوتنی سیال استفاده می‌شود. معادلات حاکم بر مسأله شامل معادلات پیوستگی، مومنتوم و معادلات الکترواستاتیک می‌باشد. در این پژوهش، از روش سطح تراز برای تعیین موقعیت سطح مشترک و از روش سیال مجازی برای اعمال ناپیوستگی‌ها در سطح مشترک استفاده می‌گردد. قطره غیرنیوتنی مشابه قطره نیوتنی تحت اثر نیروی الکتریکی دچار تغییر شکل می‌شود. در این پژوهش، تأثیر عدد موینگی الکتریکی بر تغییر شکل قطره مطالعه شد. مشاهده گردید که با افزایش عدد موینگی الکتریکی برای قطرات غیرنیوتنی با ثابت‌های توانی مختلف، تغییر شکل قطره افزایش می‌یابد. همچنین در این پژوهش رفتار سیالات غیرنیوتنی مختلف با ثابت‌های توانی مختلف، با یکدیگر مقایسه شد و مشاهده شد که با افزایش ثابت قانون توانی تغییر شکل قطره افزایش می‌یابد. بر طبق نتایج حاصل، تغییر شکل قطره‌ی رقیق شونده‌ی برشی از تغییر شکل قطره‌ی نیوتنی و تغییر شکل قطره‌ی نیوتنی از تغییر شکل قطره‌ی غلیظ شونده‌ی برشی، کمتر می‌باشد.

کلمات کلیدی: تغییر شکل، قانون توانی، روش سطح تراز، روش سیال مجازی، میدان الکتریکی

۱- مقدمه

مطالعات بر روی پدیده‌ی الکتروهیدرودینامیک، هم به صورت تحلیلی و هم به صورت آزمایشگاهی و عددی گسترش یافته است. بررسی پدیده الکتروهیدرودینامیک ابتدا توسط تیلور [۱] انجام شد. وی حرکت یک قطره رسانا تحت تاثیر میدان الکتریکی یکنواخت را مشاهده کرد. او مجموعه‌ای از نتایج تئوری را برای محاسبه‌ی تغییر شکل‌های کوچک یک قطره در حضور میدان الکتریکی ارائه داد. وی نتایج خود را بر مبنای نسبت رسانندگی، لزجت و ضریب گذردهی الکتریکی سیال بیرونی به سیال درونی انجام داد و با استفاده از پارامترهای فیزیکی جریان و معادلات الکتریکی بیان‌هایی را برای ترکیبات سرعت‌های شعاعی و مماسی در سیال درون و بیرون قطره به دست آورد و سپس با استفاده از این سرعت‌ها توانست تنش الکتریکی وارد بر قطره را محاسبه کند. تا اواخر دهه‌ی شصت میلادی مطالعات بر روی قطرات کاملاً رسانا مانند جیوه و آب یا کاملاً عایق مانند بنزن انجام می‌شد و مایعات با هدایت ناچیز را به صورت عایق کامل در نظر می‌گرفتند اما محققان علاوه بر تغییر شکل به صورت کشیدگی تغییر شکل به صورت پهن شدگی را نیز مشاهده کردند که این با نتایج و پیش‌بینی‌های قبلی به دست آمده سازگار نبود. به دنبال این تناقضات، تیلور [۲] با استفاده از مدل نیمه رسانا توانست به نتایجی برسد که قادر بود تناقضات پیشین را حل کند. زیرا بر اساس مدل نیمه رسانا به دلیل خواص ذاتی و نحوه‌ی توزیع بار الکتریکی در آن سیال، در برابر میدان، رفتار دینامیکی متفاوتی از خود نشان می‌دهد. به این ترتیب که علاوه بر تنش الکتریکی عمود بر سطح که در هر دو مورد عایق و رسانا مشاهده می‌شد، تنش مماسی نیز بر سطح وارد می‌شود و باعث پهن شدگی قطره می‌شود. این نتایج کاملاً با مشاهدات آزمایشگاهی پیشین مطابقت داشت. ها و یانگ [۳] به صورت آزمایشگاهی و عددی اثر ویژگی‌های غیرنیوتنی را بر

تغییر شکل و تجزیه قطره تحت اثر میدان الکتریکی یکنواخت مورد بررسی قرار دارند. نتایج آن‌ها نشان داد که برای قطره‌ی نیوتنی هرگاه رسانندگی قطره از رسانندگی سیال محیط بیشتر باشد تئوری الکتروهیدرواستاتیک جهت توصیف پاسخ قطره و پیش‌بینی عدد موینگی الکتریکی بحرانی مناسب می‌باشد. آن‌ها همچنین دریافتند که هرگاه نسبت ویسکوزیته‌ی قطره به سیال محیط بزرگتر از یک باشد، ویژگی‌های غیرنیوتنی قطره تمایل به حفظ شکل کروی قطره دارد بنابراین قطرات غیرنیوتنی در مقایسه با قطرات نیوتنی تمایل به تغییر شکل کمتری دارند. هیو و همکاران [۴] جهت ارزیابی دقت روش ردیابی جبهه در مسائل الکتروهیدرودینامیک، شبیه‌سازی‌هایی برای قطره‌ی نیمه‌رسانا و کاملاً رسانا انجام دادند نتایج آن‌ها نشان داد که در مدل نیمه‌رسانا، دو نوع تغییر شکل (تغییر شکل در راستای میدان و تغییر شکل در راستای عمود بر میدان) ممکن است مشاهده شود. آن‌ها همچنین حرکت یک قطره رسانا را بعد از شروع تغییر شکل مشاهده کردند. پاک نعمت و همکاران [۵] با کمک روش تفاضل محدود، تغییر شکل قطره‌ی نیوتنی را برای سه مدل رسانا، عایق و نیمه‌رسانا شبیه‌سازی کردند. آن‌ها از روش سطح تراز و سیال مجازی^۱ برای مدل کردن سطح مشترک استفاده کردند. برای مدل کاملاً رسانا و کاملاً عایق تنها تغییر شکل در راستای میدان الکتریکی اعمالی مشاهده شد. در حالی که برای مدل نیمه‌رسانا، چهار نوع پاسخ دینامیکی (وابسته به ویژگی‌های فیزیکی قطره و سیال) مشاهده گردید. این پاسخ‌ها شامل دو نوع تغییر شکل به صورت کشیدگی^۲ و پهن شدگی^۳ و همچنین دو نوع جریان القایی چرخشی ساعتگرد و پادساعتگرد بودند. تایگن و همکارانش [۶] به شبیه‌سازی عددی تغییر شکل قطره‌ی رسانای غوطه‌ور در یک سیال دیگر همراه با افزودنی‌های سطحی، تحت اثر میدان الکتریکی پرداختند. آن‌ها برای تعیین موقعیت سطح مشترک از روش سطح تراز استفاده کردند. آن‌ها نشان دادند که حضور ناخالصی‌ها بسته به نحوه‌ی تغییر شکل قطره و راستای میدان الکتریکی، می‌تواند در قطره جریان چرخشی ایجاد کند که منجر به افزایش یا کاهش میزان تغییر شکل می‌شود. لیما و داویلا [۷] به شبیه‌سازی تغییر شکل قطرات در حضور میدان الکتریکی پرداختند. آن‌ها به دنبال مقایسه واکنش قطرات نیوتنی و غیرنیوتنی در حضور میدان الکتریکی بودند. آن‌ها شبیه‌سازی‌هایی را برای دو نوع قطره‌ی رسانای نیوتنی و ویسکوالاستیک با استفاده از نرم‌افزار اپن فوم انجام دادند و از مدل پایداری گیس کاس^۴ برای توصیف رفتار ویسکوالاستیک قطرات استفاده کردند. همچنین، از روش حجم سیال برای تعیین موقعیت سطح مشترک استفاده نمودند. آن‌ها مشاهده کردند که برای یک محلول پلیمری ویسکوالاستیک، تغییر شکل‌ها در مقایسه با سیال نیوتنی کمی بیشتر می‌باشند. چنانچه ملاحظه می‌شود، مطالعات صورت گرفته در زمینه‌ی الکتروهیدرودینامیک غالباً مربوط به سیالات نیوتنی می‌باشند. تعداد بسیار کمی از مطالعات نیز مربوط به تاثیر میدان الکتریکی روی سیالات ویسکوالاستیک می‌باشند. در کار حاضر رفتار هیدرودینامیکی قطره‌ی نیمه‌رسانای غیرنیوتنی (قانون توانی) در حضور میدان الکتریکی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. هدف از این تحقیق، مطالعه‌ی تأثیر میدان الکتریکی بر قطره‌ی غیرنیوتنی و مقایسه‌ی رفتار قطرات نیوتنی و غیرنیوتنی تحت اثر میدان الکتریکی می‌باشد.

۲- معادلات حاکم

۲-۱- معادلات جریان

برای سیالات تراکم ناپذیر معادلات اصلی حاکم بر مساله، معادلات بقای جرم و بقای مومنتوم می‌باشند. این معادلات به ترتیب به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla P + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau}^H + \boldsymbol{\tau}^E) + \rho \mathbf{g} \quad (2)$$

¹. Ghost Fluid Method

². Prolate

³. Oblate

⁴. Giesecus

ρ چگالی سیال، \mathbf{u} بردار سرعت سیال، p فشار، g بردار گرانش و $\boldsymbol{\tau}^H$ تانسور تنش مربوط به نیروی لزجت می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\boldsymbol{\tau}^H = 2\mu(\nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^T) \quad (3)$$

که در آن μ لزجت دینامیکی سیال و T عملگر ترانهاده می‌باشد. مدل‌های مختلفی برای توصیف تنش لزج در سیالات غیرنیوتنی ارائه شده است که از میان آن‌ها، مدل قانون توانی کاربرد بیشتری دارد. در این مدل لزجت سیال به صورت زیر تعریف می‌شود [۸]:

$$\mu = \mu_0 \times \dot{\gamma}^{\frac{n-1}{2}} \quad (4)$$

μ_0 ثابت سازگاری^۱ و n ثابت قانون توانی^۲ می‌باشد. اگر $n < 1$ سیال رقیق شونده برشی (شبه پلاستیک)، اگر $n = 1$ سیال نیوتنی و اگر $n > 1$ سیال غلیظ شونده برشی (دایلاتنت^۳) است. $\dot{\gamma}$ نرخ برش می‌باشد و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\gamma} = \mathbf{u}_x^2 + \mathbf{u}_y^2 + 2(\mathbf{u}_y + \mathbf{v}_x)^2 \quad (5)$$

تانسور تنش الکتریکی یا تانسور تنش ماکسول^۴ نیز صورت زیر محاسبه می‌شود [۶]:

$$\boldsymbol{\tau}^E = \varepsilon(\mathbf{E}\mathbf{E} - \frac{1}{2}\mathbf{E}^2 \mathbf{I}) \quad (6)$$

ε ضریب گذردهی الکتریکی سیال، \mathbf{E} میدان الکتریکی سیال و \mathbf{I} تانسور یکه می‌باشد.

۲-۲- معادلات الکترواستاتیک

در سیالات نیمه‌رسانا مقدار کمی بار آزاد وجود دارد. زمانی که این مواد در معرض میدان الکتریکی قرار می‌گیرند بارهای آزاد آن در راستای میدان به کار برده شده به سمت سطح مشترک حرکت می‌کنند. با استفاده از معادله‌ی پیوستگی جریان الکتریکی در سطح مشترک داریم [۶]:

$$\frac{\partial q^v}{\partial t} + \nabla \cdot (\sigma \mathbf{E}) = 0 \quad (7)$$

در رابطه بالا σ ضریب رسانش الکتریکی سیال است و q^v چگالی بار خالص در هر نقطه از حجم سیال را بیان می‌کند. با توجه به اینکه بارهای آزاد در واحد حجم برای مدل نیمه رسانا بسیار کم می‌باشد، معادله‌ی ۷ به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \Psi) = 0 \quad (8)$$

۲-۳- شرایط پرش الکتروهیدرودینامیکی

برخی کمیت‌های فیزیکی مانند چگالی، لزجت و فشار در سطح مشترک دارای ناپیوستگی و به اصطلاح پرش هستند. فرض کنید ناحیه‌ی محاسباتی به دو ناحیه‌ی Ω^+ و Ω^- تقسیم شود. پرش یک کمیت مانند A در سطح مشترک به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$[A]_{\Gamma} = A^+ - A^- \quad (9)$$

Γ موقعیت سطح مشترک، A^+ مقدار کمیت مورد نظر در ناحیه‌ی Ω^+ و A^- مقدار کمیت در ناحیه‌ی Ω^- را نشان می‌دهد.

¹. Consistency Constant

². Power-law Constant

³. Dilatant

⁴. Maxwell

شرایط پرش الکتریکی

شرایط پرش برای مدل نیمه رسانا به صورت زیر بیان می شود [۶]:

$$[\sigma \nabla \Psi \cdot \mathbf{n}]_{\Gamma} = 0 \quad (10)$$

$$[\varepsilon \nabla \Psi \cdot \mathbf{n}]_{\Gamma} = q_s \quad (11)$$

معادله‌ی اول نشان دهنده پیوستگی جریان الکتریکی است و برای حل معادله‌ی لاپلاس حاکم بر میدان پتانسیل الکتریکی استفاده می‌شود. معادله‌ی دوم ناپیوستگی جابجایی الکتریکی را نشان می‌دهد و برای اعمال تنش الکتریکی مماسی استفاده می‌شود.

شرایط پرش هیدرودینامیکی

با اعمال معادله‌ی مومنوم در سطح مشترک دو سیال داریم:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{n} \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} (pI - (\boldsymbol{\tau}^H + \boldsymbol{\tau}^E) \mathbf{n}^T)_{\Gamma} = \begin{pmatrix} \gamma K \\ 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

\mathbf{n} بردار عمود یکه، \mathbf{t} بردار مماس یکه، γ کشش سطحی و K انحنای سطح هستند. با جایگذاری تانسورهای تنش در معادله بالا و باتوجه به شرط پیوستگی سرعت و مشتقات مماسی آن شرایط پرش فشار و لزجت به صورت زیر حاصل می‌شوند [۶]:

$$\begin{aligned} [\mu \nabla \mathbf{u}]_{\Gamma} &= [\mu]_{\Gamma} \nabla \mathbf{u} \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{t} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{n} \\ \mathbf{t} \end{pmatrix} + [\mu]_{\Gamma} \mathbf{n}^T \mathbf{n} (\nabla \mathbf{u}) \mathbf{n}^T \mathbf{n} - \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{t} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{t} \end{pmatrix} ([\mu]_{\Gamma} (\nabla \mathbf{u})^T + \\ &[\varepsilon (\mathbf{E}\mathbf{E} - \frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}\mathbf{I})]_{\Gamma}) \mathbf{n}^T \mathbf{n} \end{aligned} \quad (13)$$

$$[p]_{\Gamma} = \gamma K + 2[\mu]_{\Gamma} \mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}^T + \mathbf{n} \cdot [\varepsilon (\mathbf{E}\mathbf{E} - \frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}\mathbf{I})]_{\Gamma} \cdot \mathbf{n}^T \quad (14)$$

۳- روش‌های عددی

در این پژوهش، برای گسسته سازی معادلات حاکم از روش تفاضل محدود بر روی یک شبکه‌ی جابجا شده^۱ استفاده می‌شود. جملات پخش با استفاده از تقریب مرکزی مرتبه‌ی دو گسسته‌سازی می‌شوند. جملات جابجایی نیز با استفاده از روش وینو^۲ با دقت مرتبه‌ی پنج گسسته سازی می‌شوند [۹]. برای گسسته سازی جملات زمانی از روش رانگ کوتا^۳ TVD مرتبه-۳ ی سه استفاده می‌شود [۹]. برای حل معادلات جریان از روش تصویرسازی^۴ [۹]، برای محاسبه‌ی کمیت‌های ناپیوسته در سطح مشترک از روش سیال مجازی و برای بدست آوردن موقعیت سطح مشترک از روش سطح تراز استفاده می‌شود.

۳-۱- روش سطح تراز

در این پژوهش، برای ردیابی سطح مشترک از روش سطح تراز [۱۰] استفاده می‌شود. در این روش از یک تابع اسکالر ϕ برای تعیین موقعیت سطح مشترک استفاده می‌شود. این تابع به صورت یک تابع فاصله علامت‌دار تعریف می‌شود که فضای محاسباتی Ω را به سه ناحیه تقسیم می‌کند. این تابع در ناحیه درون قطره مقدار منفی، در ناحیه بیرون قطره مقدار مثبت و روی سطح مشترک مقدار صفر را دارد. مکان سطح مشترک Γ با استفاده از رابطه‌ی زیر بیان می‌شود:

$$\Gamma = \{x \in \Omega | \phi(x) = 0\} \quad (19)$$

¹. Staggered Grid

². Weno

³. Runge Kutta

⁴. Projection Method

با توجه به اینکه سطح مشترک همواره سطح تراز صفر تابع ϕ می‌باشد رابطه‌ی زیر برقرار است:

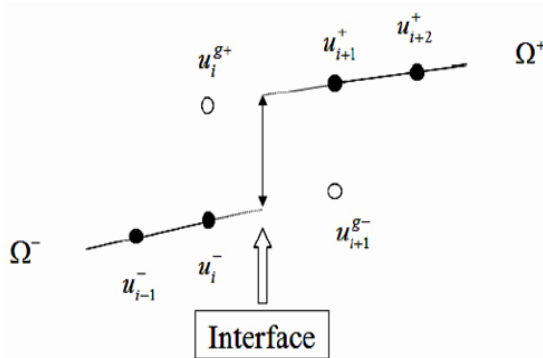
$$D\phi/Dt = 0 \quad (20)$$

رابطه (۲۰) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u}_r \cdot \nabla \phi = 0 \quad (21)$$

\mathbf{u}_r سرعت سطح مشترک می‌باشد. به علت خطاهای عددی، تابع سطح تراز در طول زمان از حالت تابع فاصله خارج می‌شود. برای رفع این مشکل از معادله‌ی مقداردهی مجدد^۱ تابع سطح تراز استفاده می‌شود [۱۰].

۳-۲- روش سیال مجازی



شکل ۱: شماتیک روش سیال مجازی

در این پژوهش به منظور اعمال شرایط پرش بر روی سطح مشترک از روش سیال مجازی استفاده می‌شود. فلسفه‌ی اصلی استفاده از این روش، مدلسازی دقیق شرایط مرزی بدون در نظر گرفتن ضخامت برای سطح مشترک و با در نظر گرفتن سلول-های مجازی اطراف سطح مشترک، می‌باشد [۹]. شکل ۱ پرش در کمیت u را نشان می‌دهد. در این شکل گره‌های مجازی مشاهده می‌گردند. ایده‌ی اصلی این روش تعمیم مناسب میدان جریان یک سمت سطح مشترک به سمت دیگر آن با استفاده از شرایط پرش می‌باشد. با توجه به تعریف پرش روی سطح مشترک می‌توان نوشت:

$$[u]_r = u^+(x) - u^-(x) \quad (24)$$

که بالانویس \pm اشاره به زیر دامنه‌های Ω^\pm دارد. اگر مقدار پرش a_Γ در سطح مشترک را با a_Γ نشان دهیم، برای هر مقدار u_i^- از ناحیه Ω^- در Ω^- یک تعریف به صورت $u_i^{g+} = u_i^-(x) + a_\Gamma(x)$ وجود دارد که در شرایط پرش صدق می‌کند و برای هر مقدار از u_i^+ در ناحیه Ω^+ نیز یک تعریف به صورت $u_i^{g-} = u_i^+(x) - a_\Gamma(x)$ وجود دارد.

۴- نتایج عددی

۴-۱- شبیه‌سازی جریان پواسل سیال قانون توانی در کانال

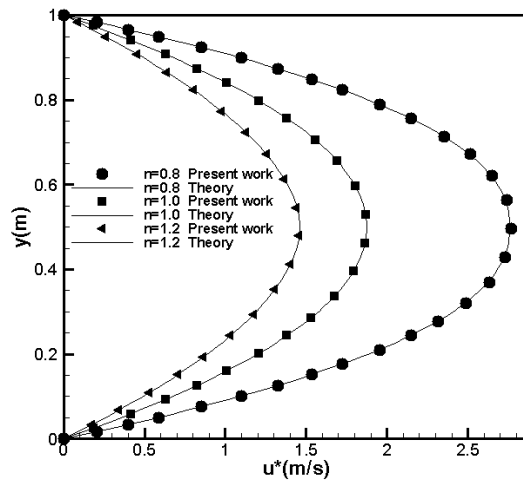
در این قسمت، جریان تک فازی سیال غیرنیوتنی بین دو صفحه‌ی موازی که به وسیله‌ی گرادیان فشار $(\frac{\partial p}{\partial x} = -1.5 Pa/m)$ در کانال به حرکت در می‌آید، شبیه‌سازی می‌گردد. نسبت طول کانال به ارتفاع آن $(\frac{L}{H} = 15)$ که طول کانال $L = 15m$ و ارتفاع آن $H = 1m$ می‌باشد. ثابت سازگاری سیال $\mu_0 = 0.1 \frac{N \cdot s}{m^2}$ و چگالی آن $\rho = 0.1 \frac{Kg}{m^3}$ می‌باشد. در این شبیه‌سازی از شبکه‌ی 128×128 استفاده شده است. شرایط مرزی در مرزهای بالا و پایین، شرط عدم لغزش می‌باشد.

¹. Reinitialization

شرایط مرزی در راستای جریان نیز به صورت پریودیک می‌باشد. پس از رسیدن جریان به حالت پایا، سرعت توسعه یافته در راستای جریان از رابطه تئوری ۲۵ به دست می‌آید [۸].

$$u^*(y) = \frac{n}{n+1} \left(-\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\left(\frac{H}{2} \right)^{\frac{n+1}{n}} - \left| y - \frac{H}{2} \right|^{\frac{1+n}{n}} \right) \quad (25)$$

در شکل ۲ نتایج شبیه‌سازی با نتایج تئوری برای ثابت‌های توانی مختلف مقایسه شده است. شکل ۲ نشان می‌دهد که با افزایش ثابت توانی، سرعت متوسط در انتهای کانال کاهش می‌یابد.



شکل ۲: نمودار سرعت توسعه یافته در انتهای کانال بر حسب ارتفاع

۲-۴- شبیه‌سازی تغییر شکل قطره غیرنیوتنی ساکن در یک سیال غیرنیوتنی تحت اثر میدان الکتریکی

در این بخش، رفتار هیدرودینامیکی قطره‌ی نیمه‌رسانای غیرنیوتنی غوطه‌ور در یک سیال غیرنیوتنی دیگر، تحت اثر میدان الکتریکی یکنواخت مطالعه می‌شود. برای ایجاد میدان الکتریکی از دو الکترود در بالا و پایین قطره استفاده می‌شود. مرکز قطره در وسط دو الکترود قرار دارد. بنابراین تأثیر میدان الکتریکی در بالا و پایین قطره یکسان می‌باشد. با توجه به هندسه‌ی مسأله و تقارن حول محور y ، از شکل تقارن محوری معادلات استفاده می‌شود. علاوه بر این تأثیر میدان الکتریکی بر روی قطره به گونه‌ای است که مسأله نسبت به صفحه‌ی افقی که از مرکز قطره می‌گذرد نیز دارای تقارن می‌باشد. بنابراین می‌توان محاسبات را برای یک چهارم دامنه انجام داد. در مرز بالا و سمت راست دامنه، از شرط مرز دور^۱ و در مرزهای تقارن از شرط مرزی نیومن^۲ استفاده می‌شود. ابعاد دامنه $5R * 5R$ است. که در آن شعاع قطره می‌باشد. برای محاسبه‌ی تغییر شکل قطره از پارامتر زیر استفاده می‌شود:

$$D = \frac{(a - b)}{(a + b)} \quad (26)$$

که در آن a و b به ترتیب اقطار قطره در راستای محور تقارن و محور عرضی می‌باشد. در این معادله اگر مقدار D مثبت باشد، تغییر شکل قطره در راستای میدان الکتریکی (پرولیت) خواهد بود و اگر مقدار D منفی باشد تغییر شکل قطره در راستای عمود بر میدان الکتریکی (آبلیت) خواهد بود. پارامتر بی بعد عدد موینگی الکتریکی^۳ که به صورت نسبت نیروی الکتریکی به نیروی کشش سطحی تعریف می‌شود، نقش مهمی در مسائل الکتروهیدرودینامیک دارد. این پارامتر به صورت زیر تعریف می‌شود:

1. Far-field
 2. Neumann
 3. Capillary Number

جدول ۱: پارامترهای شبیه‌سازی سیستم نیمه رسانا

σ_r	ε_r	μ_r	ρ_r
3	3.5	1	1

$$Ca_E = E_0^2 \varepsilon_e R / \gamma \quad (27)$$

پارامترهای فیزیکی مطابق جدول ۱ می‌باشند. کمیت با زیرنویس Γ معرف نسبت مقدار کمیت در داخل قطره به مقدار آن در خارج قطره می‌باشد. E_0 شدت میدان الکتریکی اولیه و ε_e ضریب گذردهی الکتریکی سیال محیط می‌باشد. جهت مطالعه‌ی اثر شبکه از چهار شبکه مختلف استفاده شده است که نسبت $R / \Delta x$ آن‌ها به ترتیب ۱۲، ۲۴، ۴۸ و ۹۶ می‌باشد. در شکل ۳ مشاهده می‌شود، نتایج حاصل از شبکه‌ی $R / \Delta x = 12$ با سایر شبکه‌ها اختلاف دارد و برای شبکه‌های $R / \Delta x = 24$ و $R / \Delta x = 48$ و $R / \Delta x = 96$ هر چقدر به حالت پایا نزدیک‌تر می‌شویم، تغییر شکل‌ها تطابق بهتری را نشان می‌دهند و دو شبکه‌ی ریزتر تقریباً بر هم منطبق می‌شوند. بنابراین در تمام شبیه‌سازی‌ها از شبکه‌ی $R / \Delta x = 48$ استفاده می‌شود. لازم به ذکر است که در شکل ۳ محور افقی توسط پارامتر زمان مشخصه که به صورت زیر تعریف می‌شود بی بعد شده است:

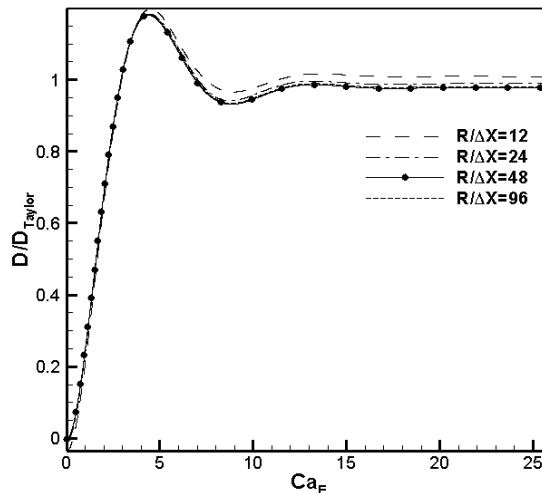
$$\tau = \sqrt{(2\rho_e + 3\rho_i)R^3/24\gamma} \quad (28)$$

که ρ_e و ρ_i به ترتیب چگالی قطره و سیال بیرون می‌باشد. هم‌چنین محور افقی نیز نسبت $\left(\frac{D}{D_{Taylor}}\right)$ را نشان می‌دهد. که در آن D_{Taylor} به صورت رابطه‌ی ۲۹ تعریف می‌شود [۶]:

$$D_{Taylor} = k_1 Ca_E \quad (29)$$

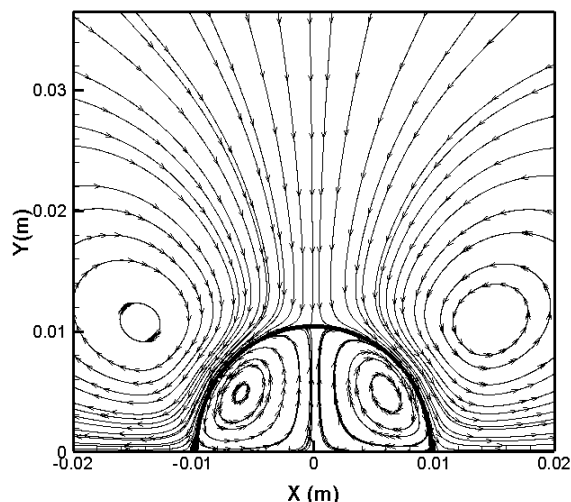
که در آن:

$$k_1 = \frac{9}{16(2 + \sigma_r)^2} \left[\sigma_r^2 - 2\sigma_r + 1 + (\sigma_r - \varepsilon_r) \left(2 + \frac{32 + 3\mu_r}{5(1 + \mu_r)} \right) \right] \quad (30)$$

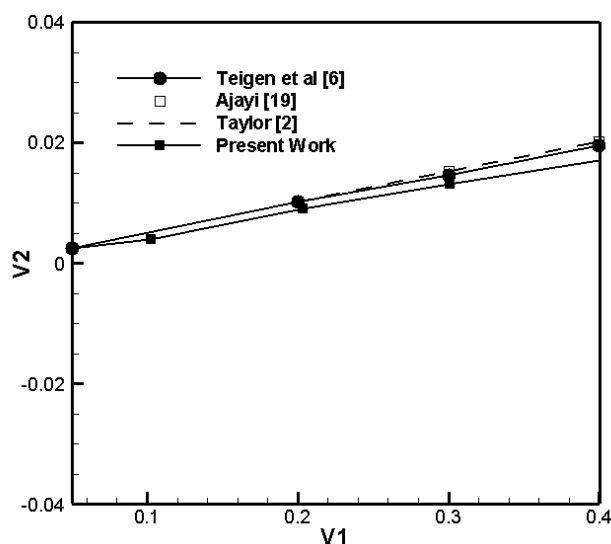


شکل ۳: تغییرات پاسخ دینامیکی قطره با افزایش گره‌های شبکه در عدد موینگی الکتریکی $Ca_E = 0.05$

در شکل ۴ به ترتیب تغییر شکل قطره در حالت پایا و خطوط جریان نشان داده شده است. قطره نیو-تنی تحت اثر تنش‌های الکتریکی دچار تغییر شکل می‌شود. نیروی کشش سطحی در برابر تغییر شکل مقاومت می‌کند. سرانجام با برقراری تعادل بین نیروهای الکتریکی و کشش سطحی حالت پایا ایجاد شده و قطره به شکل ثابتی می‌رسد. چنانچه ملاحظه می‌شود، تغییر



شکل ۴: الگوی جریان چرخشی القایی در تغییر شکل قطره نیمه رسانا با $n = 1.2$



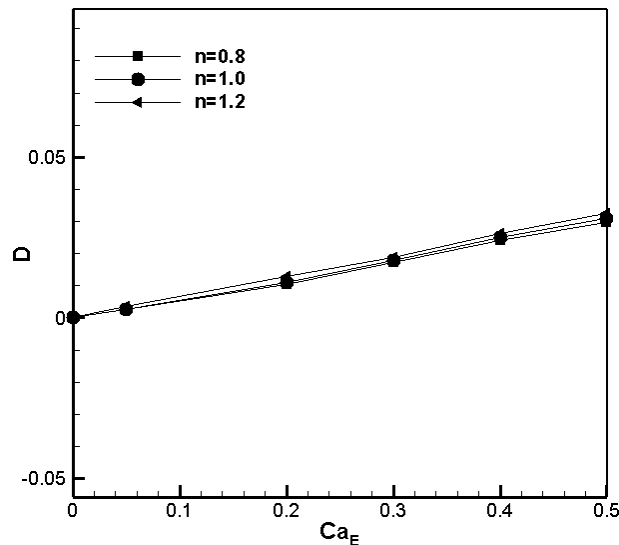
شکل ۵: تغییر شکل پرولیت قطره نیمه‌رسانا در اعداد موینگی الکتریکی مختلف

شکل قطره به صورت کشیدگی در راستای میدان الکتریکی اعمالی می‌باشد. در این حالت نیروی الکتریکی اعمالی در راستای میدان الکتریکی بر نیروی الکتریکی در راستای عمود بر آن غلبه کرده و باعث تغییر شکل پرولیت می‌شود. هم‌چنین وجود بار آزاد بر روی سطح مشترک باعث ایجاد تنش مماسی می‌شود. جهت تنش مماسی به گونه‌ای است که باعث می‌شود یک جریان چرخشی ساعتگرد در قطره و یک جریان چرخشی پاد ساعتگرد در سیال بیرونی، ایجاد شود.

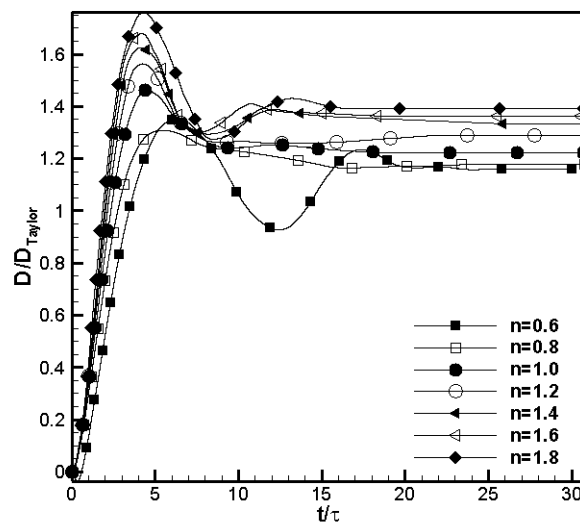
در شکل ۵ نمودار تغییر شکل قطره نیوتنی بر حسب عدد موینگی الکتریکی با تئوری تیلور [۲] و آجای [۱۱] و هم‌چنین کار عددی تایگن و همکاران [۶] مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج حاصل با تئوری مرتبه دوم آجای و نتایج عددی تایگن و همکاران تطابق مناسبی دارند. در شکل ۶ نمودار تغییر شکل قطره غیرنیوتنی بر حسب عدد موینگی الکتریکی، برای قطره‌های با ثابت‌های $n = 0.8$ ، $n = 1.0$ و $n = 1.2$ رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در این حالت نیز با افزایش عدد موینگی الکتریکی، تغییر شکل قطره غیرنیوتنی افزایش می‌یابد. شکل ۷ تغییر شکل بی‌بعد قطره‌ی نیمه رسانا با ثابت‌های توانی مختلف، در عدد موینگی الکتریکی $Ca_E = 0.5$ را ارائه می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش ثابت قانون توانی بدلیل افزایش لزجت ظاهری سیال تغییر شکل قطره افزایش می‌یابد.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، تغییر شکل قطره‌ی نیمه‌رسانا در یک سیال نیمه‌رسانا تحت تأثیر میدان الکتریکی، به صورت عددی شبیه‌سازی شد. برای این منظور، قطره میان دو الکترود قرار داده شد و با اعمال اختلاف پتانسیل میان دو صفحه‌ی بالا و پایین، یک میدان الکتریکی یکنواخت ایجاد شد. در سیال نیمه‌رسانا به دلیل وجود خاصیت رسانایی کم، بارهای آزاد در لایه‌ی نازکی از سطح مشترک جمع می‌شوند و تجمع این بارها، باعث ایجاد تنش الکتریکی مماسی علاوه بر تنش الکتریکی عمودی می‌شود. تنش‌های مماسی باعث ایجاد جریان چرخشی در قطره و سیال محیط می‌شود و تنش‌های عمودی نیز، سبب تغییر شکل قطره



شکل ۶: نمودار تغییر شکل قطره بر حسب عدد موینگی الکتریکی



شکل ۷: نمودار تغییرات زمانی تغییر شکل بی بعد قطره نیمه‌رسانا برای قطرات با ثابت‌های توانی مختلف

می‌شود. با افزایش عدد موینگی الکتریکی، تغییر شکل قطره غیرنیوتنی افزایش می‌یابد. با افزایش ثابت قانون توانی n مشاهده شد که تغییر شکل قطره نیز افزایش می‌یابد و این بدین معناست که تغییر شکل قطره‌ی رقیق شونده‌ی برشی از تغییر شکل قطره‌ی نیوتنی کمتر، و تغییر شکل قطره‌ی غلیظ شونده‌ی برشی، از تغییر شکل قطره‌ی نیوتنی بیشتر می‌باشد.

۶-مراجع

- [1] Taylor G., 1964, Disintegration of water drops in an electric field, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol. **280**, pp 383-397.
- [2] Taylor G., McEwan A. D. and Jong L. N. J., 1966, Studies in electrohydrodynamics I. The circulation produced in a drop by an electric field, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol. **291**, pp 159-166.
- [3] Ha J. and Yang S. M. 1999, Deformation and breakup of a second-order fluid in an electric field, Korean Journal of Chemical Engineering, Vol. **16**, pp 585-594.
- [4] Hua J., Lim L. K., and Wang C., 2008, Numerical simulation of deformation/motion of a drop suspended in viscous liquids under influence of steady electric fields, Physics of Fluids, Vol. **20**, pp 120-234.
- [5] Paknemat H., Pischevar A. R. and Pournaderi P., 2012, Numerical simulation of drop deformations and breakup modes caused by direct current electric field, Physics of Fluids, Vol. **24**, pp 102101.
- [6] Teigen K. E. and Munkejord s. T., 2010, Influence of surfactant on drop deformation in an electric field, Physics of fluid, Vol. **22**, pp 112104.
- [7] Lima N. C. and Davila M. A., 2014, Numerical simulation of electrohydrodynamic flows of Newtonian and viscoelastic droplets, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Vol. **213**. pp 1-14.
- [8] Wang N., Liu H. and Zhang C. , 2017, Deformation and breakup of confined droplet in shear flows with power-law rheology, Journal of Rheology, Vol. **61**, pp 741.
- [9] Kang M., Fedkiw R. P. and Liu X. D., 2000, A boundary condition capturing method for multiphase incompressible flow, Journal of Scientific Computing, Vol. **15**, pp 323-360.
- [10] Osher S. and Fedkiw R. P., 2003, Level set methods and dynamic implicit surfaces, New York, Springer-Verlag.
- [11] O. O. Ajayi, 1978, A note on Taylor's electrohydrodynamic theory, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol. **364**, pp 499-507.