

زون گیرش سیستم چند چاهی در آبخوانهای محبوس گوه ای با هدف پاکسازی آبهای زیرزمینی آلوده

سمیه زارعی دودجی¹، نوذر سامانی^{1*}

1- دانشگاه شیراز، دانشکده علوم، بخش علوم زمین

*samani@susc.ac.ir

چکیده

در این مقاله معادله زون گیرش (capture zone) یک سیستم چند چاهی در آبخوان های محبوس گوه ای (wedge-shaped aquifers) ارائه می شود. دو مرز هیدرولوژیکی باثابت (constant head boundary) و غیر قابل نفوذ (no-flow boundary) که تحت زاویه چند درجه تا 90 درجه تلاقی می کنند آبخوان گوه ای را شکل می دهند. بدین ترتیب گوه هایی با سه آرایش مرزی شامل: نفوذ ناپذیر-نفوذ ناپذیر، نفوذ ناپذیر-بار ثابت و بار ثابت-بار ثابت شکل می گیرد. سیستم چاه می تواند با هر تعداد چاه تزریق یا پمپاژ یا ترکیبی از هر دو با نرخ برداشت متفاوت باشد. آبخوان نیز می تواند دارای یا فاقد جریان یکنواخت منطقه ای (regional uniform flow) باشد. نظریه چاههای مجازی (image well theory) در شبکه گوه ای شکل اعمال شده و با بکارگیری یک تابع کمپلکس پتانسیل سرعت مناسب، معادلات زون گیرش در محیط جریان تدوین شده است. معادلات ارائه شده کاربرد گسترده ای داشته و محدودیت های معادلات قبلی در رابطه با تعداد چاه ها، موقعیت و نوع چاه ها، نرخ تزریق یا برداشت و نرخ و جهت جریان منطقه ای را ندارند. معادلات به فرم منحنیهای تیپ (type curves) بدون بعد زون گیرش ارائه شده اند تا بتوان آنها را به عنوان ابزاری کاربردی در پروژه های مهندسی واقعی از قبیل پمپاژ-و-تصفیه (pump-and-treat)، پروژه های پاکسازی آب زیر زمینی (groundwater remediation) یا تعیین حریم چاه (well head protection) و حقابه (water right) آنها قابل استفاده باشند. این معادلات همچنین برای اعتبار سنجی (verification) مدل های عددی قابل استفاده هستند.

کلمات کلیدی: تابع پتانسیل سرعت، منحنی های گیرش، پاکسازی، پمپاژ-و-تصفیه

1- مقدمه

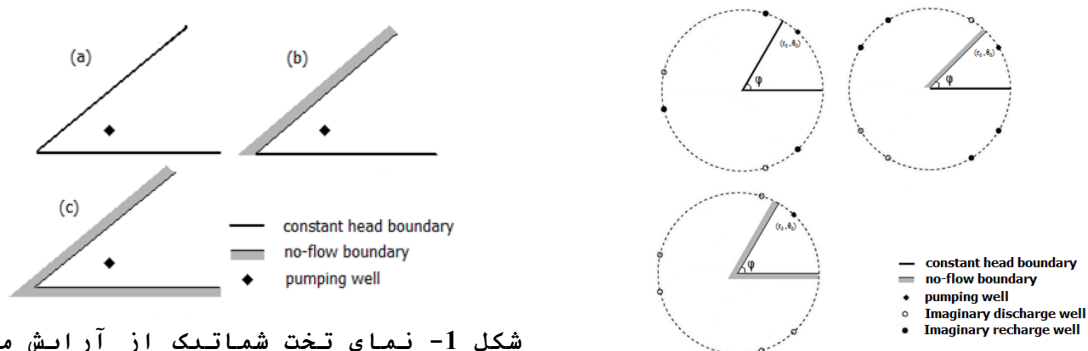
زون گیرش به عنوان حجمی از سفره است که آب آن توسط یک یا تعداد بیشتری چاه پمپاژ با نرخ مشخص تحت شرایط پایدار استخراج می شود [Intaraprasong and Zhan 2007]. مطالعه زون گیرش در بسیاری از موضوعات عملی همچون طراحی حریم چاه، پاکسازی آب زیر زمینی تبادل آب سطحی- زیر سطحی، تعیین حقابه و غیره مهم و ضروری است. اولین کار بر روی زون گیرش به [Muskat 1946] بر می گردد. در تحقیقاتی که تا کنون انجام شده است (Javandel and Tsang 1986, Bair and Lahm 1996, Christ and Goltz 2002, Shan 1999, Schafer 1996, Cunningham et al 2004, Luo and Kitanidis 2004, Intaraprasong and Zhan 2007) روش تحلیلی برای توصیف زون گیرش چاه ها در سفره هایی با گسترش نامحدود بکار برده شده اند. [Asadi-Aghbolaghi et al. 2011] زون گیرش یک چاه پمپاژ نزدیک یک مرز رودخانه ای باثابت را ارائه و دو نرخ برداشت بحرانی را تعیین کردند.

هدف این مطالعه بدست آوردن راه حلی برای زون گیرش یک سیستم چند چاهی در سفره های گوه ای شکل برای آرایش های مرزی متفاوت است. سه آرایش مرزی گوه ای شامل: گوه نفوذ ناپذیر- نفوذ ناپذیر، گوه نفوذ ناپذیر- بار ثابت و گوه بار ثابت- بار ثابت در نظر گرفته شده است. سیستم چاه ممکن است متشکل از هر تعداد چاه تزریق یا پمپاژ یا ترکیبی از هر دو با موقعیت دلخواه باشد. به کمک نظریه

چاههای مجازی آبخوان گوه ای شکل به آبخوان نامحدود معادل تبدیل و با بکارگیری مفهوم پتانسیل سرعت محدوده گیرش (capture envelope) سیستم چند چاهی فرموله شده است. فرمولها هم برای آبخوانهای با جریان یکنواخت منطقه ای و هم بدون آن ارائه شده است. همچنین با تجزیه و تحلیل بیشتر به مطالعه اثر موقعیت چاه، نوع چاه، تعداد چاه، نرخ و جهت جریان یکنواخت و زاویه گوه روی محدوده گیرش چاه پرداخته شده است.

2- مدل مفهومی

شکل 1 یک طرح شماتیک از سفره محبوس با یک چاه با نفوذ کامل است که توسط دو مرز متقاطع آبخوانهای گوه ای شکل را تشکیل می دهد. آبخوان هموزن و ایزوتروپ با ضخامت یکنواخت بوده و جریان در آن دو بعدی تحت شرایط پایدار است. محل برخورد دو مرز مبدا مختصات r, θ است. مرزها در طول محور r هستند و θ مختصات زاویه ای است. در شکل 1a مرزها مرز بار ثابت (رودخانه) با نفوذ کامل با گرادیان صفر هستند که ارتباط هیدرولیکی کامل با آبخوان دارند. در شکل 1b یک مرز رودخانه بوده و مرز دیگر نفوذ ناپذیر است و یک گوه نفوذ ناپذیر- بار ثابت را تشکیل می دهد. در شکل 1c هر دو مرز نفوذ ناپذیر بوده و گوه نفوذ ناپذیر- نفوذ ناپذیر را تشکیل می دهد. چاه می تواند چاه پمپاژ یا تزریق باشد که در موقعیت (r_0, θ_0) قرار دارد. هنگامی که چاه با نرخ Q پمپاژ می شود ما نیازمند تعداد $n=360/\varphi-1$ چاه مجازی برای شبیه سازی جریان در آبخوان گوه ای شکل هستیم (φ زاویه گوه است). شکل 2 چاههای مجازی برای سه آرایش مرزی نشان داده شده در شکل 1 را نشان می دهد.



شکل 1- نمای تخت شماتیک از آرایش مرزی در آبخوان گوه ای (شکل a) گوه بار ثابت- بار ثابت (b) گوه بار ثابت- نفوذ ناپذیر (c) گوه نفوذ ناپذیر- نفوذ ناپذیر

شکل 2- نمای تخت شماتیک از چاههای حقیقی و مجازی برای گوه 60° (شکل های سمت چپ با 5 چاه مجازی) و 45° (شکل سمت راست با 7 چاه مجازی) برای سه آرایش مرزی محتمل گوه

3- حل ریاضی

برای یک چاه (پمپاژ یا تزریق) با توان m که در نقطه z_0 قرار گرفته است، تابع پتانسیل سرعت به صورت زیر محاسبه می گردد [Bear : 1972]

$$W(z) = -qze^{-i\alpha} + m \ln(z - z_0) \quad (1)$$

که در آن عبارت اول در طرف سمت راست نشان دهنده جریان یکنواخت منطقه ای و عبارت دوم نشانگر چاه است. $z = x + iy$ و $z_0 = x_0 + iy_0$ اعداد مختلط هستند. $i = \sqrt{-1}$ علامت مختلط است، z یک موقعیت اختیاری در صفحه مختلط است که بخش های حقیقی (real part) و موهومی (imaginary part) آن x و y می باشند. $m = Q/2\pi B$ ، Q نرخ برداشت (+) یا تزریق $(-)$ (L^3T^{-1}) می باشد، B ضخامت آبخوان (L) ، q سرعت داری جریان یکنواخت منطقه ای (LT^{-1}) و α زاویه بین جهت جریان یکنواخت و جهت مثبت محور x است. به دلیل خطی بودن معادله لاپلاس، اصل انطباق (superposition) برای محاسبه تابع پتانسیل سرعت برای یک سیستم چند چاهی در یک میدان جریان منطقه ای به صورت زیر قابل استفاده است [Javandel et al 1984, Strack 1989].

$$W(z) = -qze^{-i\alpha} + \sum_{k=1}^N m_k c_k \ln(z - z_{0k}) \quad (2)$$

که در آن N تعداد چاهها، k شاخص جمع، z_{0k} موقعیت فضایی k امین چاه تزریق یا پمپاژ و c_k علامت (+) یا (-) به ترتیب برای چاه پمپاژ و یا تزریق است. با بازنویسی معادله (2) برای سه آرایش مرزی مشخص شده در شکل (2):

$$W(z) = -qze^{-i\alpha} + \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^M m_k c_k [J_1 \ln(z - z_{01k}) + J_2 \ln(z - z_{02k})] \quad (3)$$

بر اساس آرایش مرزهای آبخوان گوه ای شکل، پارامترهای J_1 و J_2 مقادیر داده شده در جدول 1 را بخود می گیرند. N شاخص جمع و $M = 180/\varphi$ می باشد.

J_2	J_1	آرایش مرزی
1	-1	گوه بار ثابت- بار ثابت
1	1	گوه نفوذ ناپذیر- نفوذ ناپذیر
$(-1)^n$	$(-1)^n$	مرز نفوذ ناپذیر در طول مرز RHS
$(-1)^n$	$(-1)^{n-1}$	مرز بار ثابت در طول مرز RHS

* RHS مخفف مرز سمت راست

بر اساس پارامترهای بدون بعد زیر:

$$r_D = \frac{r}{b}, \quad r_{0Dk} = \frac{r_{0k}}{b}, \quad z_D = \frac{z}{b}, \quad Q_{Dk} = \frac{Q_k}{2\pi b^2 K} \quad (4)$$

$$W_D(z) = \frac{W(z)}{Kb}, \quad \Phi_D = \frac{\Phi}{Kb}, \quad \Psi_D = \frac{\Psi}{Kb}$$

و تبدیل مختصات شعاعی به قطبی در معادله (3) می توان معادله عمومی زیر را بدست آورد:

$$W_D(z) = -z_D e^{-i\alpha} + \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^M Q_{Dk} c_k [J_1 \ln(r_D e^{i\theta} - r_{0Dk} e^{i(2n\varphi - \theta_{0k})}) + J_2 \ln(r_D e^{i\theta} - r_{0Dk} e^{i(2n\varphi + \theta_{0k})})] \quad (5)$$

اندیس D نشان دهنده شکل بدون بعد پارامتر مترادف است. با در نظر گرفتن $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ و $e^{-i\alpha} = \cos\alpha - i\sin\alpha$ معادله (5) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$W_D(z) = -r_D (\cos\theta + i\sin\theta)(\cos\alpha - i\sin\alpha) + \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^M Q_{Dk} c_k [J_1 \ln(f_{1Dk} + if_{2Dk}) + J_2 \ln(g_{1Dk} + ig_{2Dk})] \quad (6)$$

که در آن

$$f_{1Dk} = r_D \cos\theta - r_{0Dk} \cos(2n\varphi - \theta_{0k}) \quad (7)$$

$$f_{2Dk} = r_D \sin\theta - r_{0Dk} \sin(2n\varphi - \theta_{0k}) \quad (8)$$

$$g_{1Dk} = r_D \cos\theta - r_{0Dk} \cos(2n\varphi + \theta_{0k}) \quad (9)$$

$$g_{2Dk} = r_D \sin\theta - r_{0Dk} \sin(2n\varphi + \theta_{0k}) \quad (10)$$

و بخش موهومی معادله 6 $\Psi_D = \text{Im}\{W_D(z)\}$ را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\Psi_D = -r_D (\sin\theta \cos\alpha - \cos\theta \sin\alpha) + \sum_{k=1}^N \sum_{n=1}^M Q_{Dk} C_k \left[J_1 \tan^{-1} \left(\frac{f_{2Dk}}{f_{1Dk}} \right) + J_2 \tan^{-1} \left(\frac{g_{2Dk}}{g_{1Dk}} \right) \right] \quad (11)$$

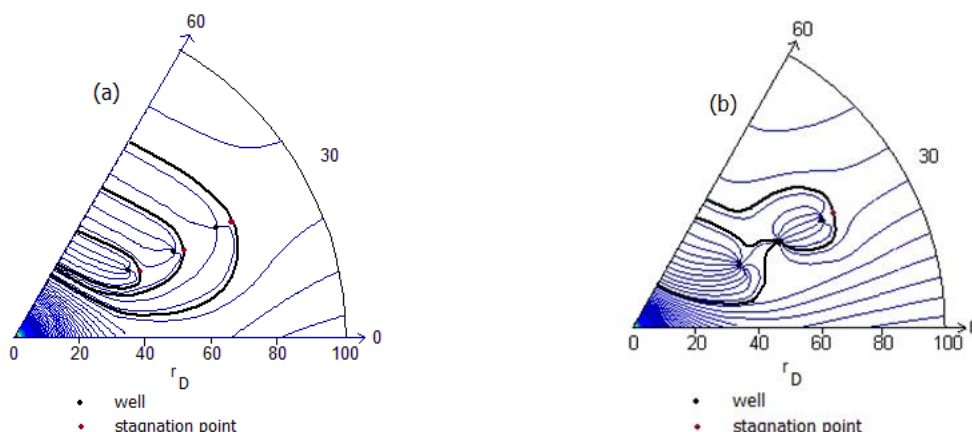
که در آن Ψ_D تابع جریان در حالت بدون بعد است. رسم این معادله زون گیرش را به تصویر می کشد.

4- بحث و نتیجه گیری

برای نشان دادن خصوصیات زون گیرش در آبخوان های گوه ای شکل، تعدادی آبخوان فرضی را برای سه آرایش مرزی اشاره شده در بالا در نظر گرفته و در مورد زون گیرش آنها بحث می شود. باید به این موضوع اشاره کرد که به دلیل تعداد زیاد متغیرها (موقعیت چاه، نرخ و جهت جریان منطقه ای، زاویه گوه، تعداد و نوع چاهها، نرخ برداشت/تزریق و آرایش مرزی) که روی محیط جریان اثر می گذارند، شبیه سازی های زیادی قابل انجام است.

4-1- زون گیرش چاه در گوه بار ثابت- بار ثابیت

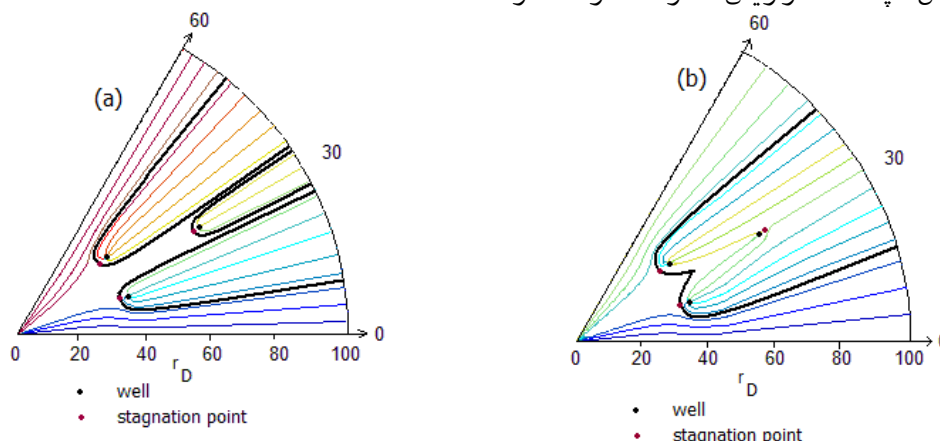
در این بخش آبخوان گوه ای شکل 60 درجه ای بار ثابت- بار ثابیت در نظر گرفته شده است. جهت جریان یکنواخت عمود بر مرز بار ثابیت سمت چپ است ($\alpha=330^\circ$). مختصات مرز با بار ثابیت سمت چپ و سمت راست به ترتیب $(r, \theta=0^\circ)$ و $(r, \theta=60^\circ)$ می باشد. نرخ برداشت 5 لیتر/ثانیه ($Q_D=+2$) و ضخامت آبخوان 20 متر می باشد. شکل 3 نشان دهنده خطوط جریان و زون گیرش سه چاه پمپاژ می باشد. همانطور که در شکل 3a مشاهده می شود هر سه چاه آب خود را از مرز رودخانه سمت چپ (LHS) می گیرند و محدوده گیرش آنها به مرز رودخانه RHS نمی رسد که نشان دهنده ارتباط بین آبخوان و مرز LHS می باشد. علاوه بر این مشاهده می شود که زون گیرش چاه سوم پیرامون زون گیرش دو چاه دیگر قرار دارد و آب خود را از منطقه ای نوار مانند از آبخوان تامین می کند. شکل 3b برای شرایطی مشابه شکل 3a ترسیم شده است با این تفاوت که چاه وسط، یک چاه تزریق است. در این شکل چاهی که به راس گوه نزدیکتر است $(r_{0D1}=40)$ آب خود را از رودخانه LHS، جریان یکنواخت و چاه تزریقی شماره 2 $(r_{0D2}=55)$ بدست می آورد. تاثیر جریان یکنواخت منطقه ای در تامین آب چاه پمپاژ شماره 3 $(r_{0D3}=70)$ توسط چاه تزریق پنهان شده است. به عبارت دیگر چاه تزریق قسمت اعظم دبی خروجی از چاه پمپاژ را تامین می کند. بخشی از آب چاه تزریقی از چاههای پمپاژ فرار کرده و جهت جریان یکنواخت را دنبال می کند. اهمیت عملی این نکته زمانی است که ما می خواهیم یک حلقه گردش آب (water circulation loop) بین چاههای پمپاژ و تزریق ایجاد کنیم.



شکل 3- زون گیرش سه چاه و خطوط جریان در یک آبخوان گوه ای شکل محبوس بار ثابت- بار ثابت ($\varphi = 60^\circ, \alpha = 330^\circ, r_{0D1} = 40, r_{0D2} = 55, r_{0D3} = 70, \theta_{01} = \theta_{02} = \theta_{03} = 30^\circ$), a) $Q_{D1} = Q_{D2} = Q_{D3} = +4$ and b) $Q_{D1} = Q_{D2} = Q_{D3} = -4$.

4-2- زون گیرش چاه در گوه نفوذ ناپذیر- نفوذ ناپذیر

در این بخش آبخوان گوه ای شکل نفوذ ناپذیر- نفوذ ناپذیر 60 درجه ای در نظر گرفته شده است. با حل معادله (11) و قرار دادن $J_1 = J_2 = +1$ منحنی های گیرش سیستم سه چاهی برای جهت جریان یکنواخت در طول نیمساز گوه و به سمت راس گوه ($\alpha = 210^\circ$) در شکل 4 ترسیم شده است. در شکل 4a پتانسیل سرعت برای سیستم سه چاه پمپاژ ترسیم شده است که در آن نرخ برداشت از چاهها به نحوی تعیین شده است که محدوده های گیرش سه چاه با یکدیگر تداخل نمی کنند. اگر این مثال فرضی به عنوان پروژه حقیقی پمپاژ- و تصفیه در نظر گرفته شود، نقص در پاکسازی سیستم دو یا سه چاهی آشکار خواهد بود. واضح است که با افزایش نرخ برداشت یا تغییر موقعیت چاه سوم محدوده گیرش چاهها ترکیب خواهند شد و نقص سیستم پاکسازی تصحیح خواهد شد. شکل 4b مشابه شکل 4a است با این تفاوت که چاهی که نسبت به راس گوه دورتر است به عنوان چاه تزریق در نظر گرفته شده است.



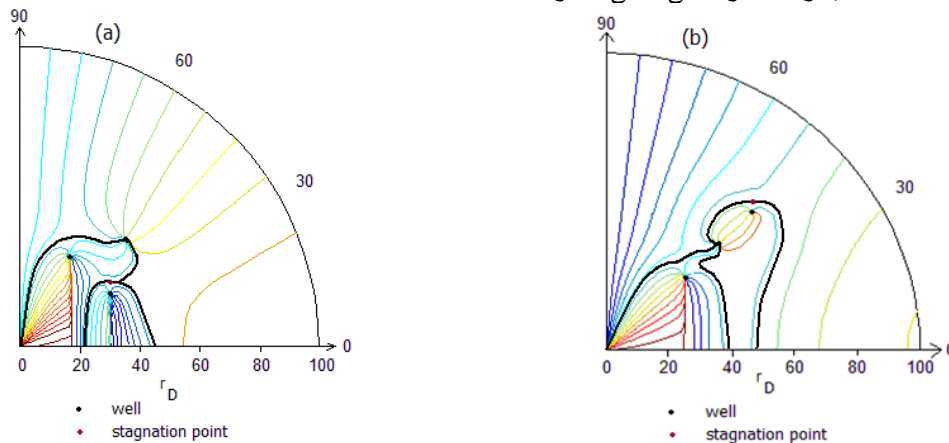
شکل 4- زون گیرش برای سه چاه در یک آبخوان گوه ای شکل محبوس نفوذ ناپذیر- نفوذ ناپذیر

($\varphi = 60^\circ, \alpha = 210^\circ, r_{0D1} = r_{0D2} = 35, r_{0D3} = 64, \theta_{01} = 20^\circ, \theta_{02} = 40^\circ, \theta_{03} = 30^\circ$), a) $Q_{D1} = Q_{D2} = +4, Q_{D3} = +2$ and b) $Q_{D1} = Q_{D2} = +4, Q_{D3} = -2$

در این مورد آب تزریق شده مکمل جریان یکنواخت در آب برداشتی از چاههای پمپاژ است و برعکس شکل 4a، یک حلقه بسته گردش آب (ایدال برای پروژه های پاکسازی) و کامل بین چاههای پمپاژ و تزریق بوجود آمده است.

3-4- زون گیرش چاه در گوه نفوذ ناپذیر- بار ثابت

برای این آرایش مرزی فرض کرده ایم زاویه گوه 90° درجه است ($\varphi=90^\circ$).
مرز RHS بار ثابت است ($r, \theta=0^\circ$) و مرز LHS نفوذ ناپذیر است ($r, \theta=90^\circ$) و جهت جریان یکنواخت از سمت رودخانه و موازی مرز نفوذ ناپذیر است ($\alpha=90^\circ$). بنابراین قبل از پمپاژ منحنی های پتانسیل موازی رودخانه و خطوط جریان موازی مرز نفوذ ناپذیر است. با جایگزینی $J_1=(-1)^{n-1}$ و $J_2=(-1)^n$ در معادله شماره (11) زون گیرش برای دو چاه پمپاژ و یک چاه تزریق ترسیم شده است یعنی برای اهداف پاکسازی ابر آلودگی آب زیر زمینی که ایجاد سیستم چرخش آب بین چاههای پمپاژ و تزریق نیاز است. همانطور که در شکل شماره 5 مشاهده می شود زون گیرش دو چاه پمپاژ جدا از یکدیگر هستند و هر دو آب را از رودخانه و آبخوان به دست می آورند. به هر حال، چاه تزریق تنها روی زون گیرش یکی از چاههای پمپاژ تاثیر گذاشته و هیچ سهمی در تامین آب خروجی چاه پمپاژ دیگر ندارد. یک بخش عمده از آب تزریقی به جریان یکنواخت می پیوندد و از چاههای پمپاژ فرار می کند. این موضوع در پاکسازی زیستی و شیمیایی آلاینده ها مهم است که به چاه تزریق موادمغذی، اکسیدان یا یک پذیرنده الکترون اضافه می شود یک میدان جریان ناخواسته را ایجاد می کند و باعث اتلاف این مواد در پایین دست ابر آلودگی می شود.



شکل 5- زون گیرش برای سه چاه در آبخوان گوه ای محبوس نفوذ ناپذیر- بار ثابت (رودخانه در امتداد مرز RHS $(r, \theta=0^\circ)$, $(\varphi=90^\circ, \alpha=90^\circ, Q_{D1}=Q_{D3}=+6$ discharge, $Q_{D2}=-6$),
a) $r_{0D1}=r_{0D3}=35, r_{0D2}=50, \theta_{01}=30^\circ, \theta_{02}=45^\circ, \theta_{03}=60^\circ$, b) $r_{0D1}=35, r_{0D2}=50, r_{0D3}=65$ and $\theta_{01}=\theta_{02}=\theta_{03}=45^\circ$.

5- کاربرد

حل های زون گیرش که در این مقاله پیشنهاد شده است به عنوان وسیله ای جهت به تله انداختن ابرآلودگی (Plume containment)، پاکسازی زیستی یا شیمیایی ابر آلودگی، برآورد تبادل آب سطحی- زیرزمینی و اعتبارسنجی مدل های عددی قابل استفاده است که در اینجا به سه کاربرد اول اشاره می شود:

الف) به تله انداختن ابر آلودگی: فرض کنید یک ابرآلودگی در یک آبخوان گوه ای شکل با هندسه و خصوصیات هیدرولیکی پایش شده است (آبخوان می تواند مشابه هر آبخوان فرضی که در بخش 4 آمده است باشد). فرض کنید که هدف ما تعیین نرخ پمپاژ یک چاه تک است که داخل یا در پیشانی ابر آلودگی برای به تله انداختن ابر آلودگی حفر شده است. مراحلی که در زیر عنوان شده است برای تعیین نرخ پمپاژ چاه می توان دنبال کرد:

1- آبخوان گوه ای شکل مورد مطالعه را بر اساس آرایش مرزی که ممکن است یکی از سه آرایش مرزی که در بخش 2 عنوان شده است باشد مشخص کنید.

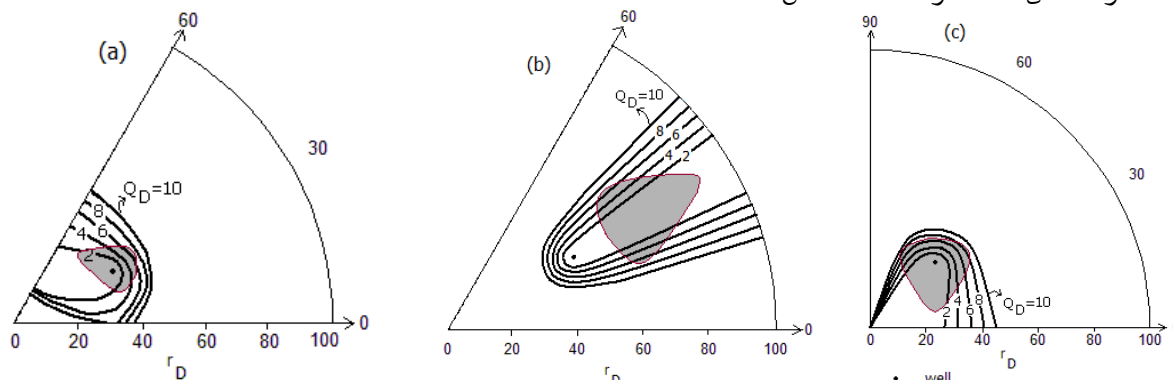
2- بر اساس هندسه گوه (یعنی زاویه، شعاع و ضخامت گوه) نقشه ای از آبخوان در مقیاس تهیه شود. ابر آلودگی و چاه پمپاژ را نیز روی نقشه پیاده کنید.

3- بر اساس خصوصیات هیدرولیکی آبخوان (یعنی K ، نرخ و جهت جریان منطقه ای) پارامترهای J_1 و J_2 ، مقدار n و مختصات چاه حقیقی منحنی های زون گیرش چاه پمپاژ را برای مقادیر متفاوت Q_D با استفاده از معادله (11) ترسیم کنید.

4- نقشه آبخوان که در مرحله 2 تهیه شد، بر زون گیرش که در بند 3 ترسیم شد منطبق کنید.

5- مقدار Q_D زون گیرشی که کاملاً ابر آلودگی را احاطه می کند بخوانید و نرخ پمپاژ را با استفاده از معادله $Q = 2\pi K Q_D b^2$ بدست آورید.

مراحل بالا برای سه آرایش مرزی آبخوان گوه ای شکل انجام شده است که در شکل شماره 6 نشان داده شده است



شکل 6- زون گیرش بدون بعد یک چاه پمپاژ برای 5 نرخ برداشت متفاوت در آبخوانهای گوه ای شکل محبوس $(\alpha = 210^\circ)$ (a) گوه بار ثابت- بار ثابت $(\phi = 60^\circ)$ (b) گوه نفوذ ناپذیر- نفوذ ناپذیر $(\phi = 60^\circ)$ و (c) گوه نفوذ ناپذیر- بار آبی ثابت $(\phi = 90^\circ)$.

منطقه سایه زده شده نشان دهنده ابر آلودگی است که در جهت جریان یکنواخت امتداد پیدا کرده است. همانطور که در شکل مشاهده می شود هر ابرآلودگی بوسیله چاه با نرخ برداشت $Q_D=8$ ($Q=40$ l/s) به تله افتاده است.

ب) پاکسازی ابر آلودگی: همانطور که در قبل نیز اشاره شد راه حلهای پیشنهادی زون گیرش برای ایجاد حلقه چرخشی بسته در پروژه های پاکسازی زیستی یا شیمیایی آب زیر زمینی جایی که تزریق اکسیژن و یا مواد مغذی مورد نیاز است بر اساس مراحل عنوان شده در بالا کاربرد دارد.

ج) برآورد تبادل آب سطحی-زیرسطحی: یک کاربرد مستقیم از راه حلهای ارائه شده طرح تبادل آب بین توده آب سطحی و آبهای زیر زمینی است که در بخش 4 به تفصیل درباره آن صحبت شد.

6- نتایج

معادلات زون گیرش برای هر تعداد چاه پمپاژ یا تزریق و یا ترکیبی از هر دو در آبخوانهای گوه ای شکل محبوس با و یا بدون جریان یکنواخت با سه آرایش مرزی، با هر موقعیت و با هر نرخ و جهت جریان یکنواخت توسط نظریه چاههای مجازی و پتانسیل سرعت ارائه شد. معادلات ارائه شده که به صورت منحنیهای زون گیرش بدون بعد به تصویر کشیده شده برای طراحی پروژه های پاکسازی ابر آلودگی در آب زیر زمینی، پروژه های به تله انداختن ابرآلودگی، و تعیین حریم چاه و چگونگی تبادل آبهای سطحی و زیرزمینی و برای اعتبارسنجی مدل‌های عددی قابل استفاده است.

منابع

- Intaraprasong T, Zhan H. Capture zone between two streams. J.Hydrol. 2007; 338:297–307
- Muskat M. The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media. J.W. Edwards, Ann Arbor, USA. 306 T. 1946.
- Bear J. Dynamics of Fluids in Porous Media. Elsevier, New York, USA. 1972.
- Javandel I, Doughty C, Tsang CF. Groundwater Transport: Handbook of Mathematical Models. Water Resources Monograph 10. American Geophysical Union. Washington DC. 1984.
- Javandel I, Tsang CF. Capture zone type curves: a tool for aquifer cleanup. Ground Water 1986; 24 (5):616–625.
- Shan C. An analytical solution for the capture zone of two arbitrarily located wells. J. Hydrol. 1999; 222(1–4):123–128.
- Christ JA, Goltz MN. Hydraulic containment: analytical and semi-analytical models for capture zone curve delineation. J. Hydrol. 2002; 262:224–244.
- Bair ES, Lahm TD. Variation in capture zone geometry of a partially penetrating pumping well in an unconfined aquifer. Ground Water. 1996; 34(5):842–852.
- Schafer DC. Determining 3D capture zones in homogeneous, anisotropic aquifers. Ground Water, 1996; 34(4):628–639.
- Cunningham JA, Hoelen TP, Hopkins GD, Lebroń CA, Reinhard M. Hydraulics of recirculating well pairs for groundwater remediation. Ground Water 2004; 42(6):880–889.
- Luo J, Kitanidis PK. 2004. Fluid residence times within a recirculation zone created by an extraction–injection well pair. J. Hydrol. 2004; 295(1–4):149–162.
- Asadi-Aghbolaghi M, Rakhshandehroo GR, Kompani-Zare M. Analytical solutions for the capture zone of a pumping well near a stream. J. Hydrol. 2011; DOI 10.1007/s10040-011-0741-2.
- Ferris, J.G., Knowles, D.B., Brown, R.H., and Stallman, R.W. Theory of aquifer tests. US Geol. Survey, Water-Supply Paper 1536-E. 1962.
- Strack OTD. Groundwater mechanics. Prentice-Hall, NJ. 1989.
- Wilson JL. Induced infiltration in aquifers with ambient flow. Water Resour. Res. 1993; 29 (10):3503–3512